

COMPUTER-ASSISTED PROOFS IN PDES

GERMAN JOSÉ MORA SÁENZ

ABSTRACT. Computers have experienced rapid development in the last 50 years, recently reaching speeds of the order of exaFLOPS (10^{18} floating point operations per second); this has allowed us to develop new proof techniques that lie between pure mathematics and computational ones. A computer-assisted proof in partial differential equations (PDEs) usually consists of a collection of theorems that depend on several conditions whose verification is only possible through the use of computational assistance. We will discuss these kinds of proof and present some examples related to computer-assisted proofs in PDEs (particularly found in fluid mechanics), focusing more on the techniques than on the results.

Las computadoras han experimentado un rápido desarrollo en los últimos 50 años, alcanzando recientemente velocidades del orden de los exaFLOPS (10^{18} operaciones de punto flotante por segundo); esto nos ha permitido desarrollar nuevas técnicas de demostración que se sitúan entre la matemática pura y la computacional. Una demostración asistida por computadora en ecuaciones en derivadas parciales (PDEs) suele consistir en un conjunto de teoremas que dependen de varias condiciones cuya verificación solo es posible mediante el uso de asistencia computacional. Hablaremos de este tipo de demostraciones y presentaremos algunos ejemplos relacionados con demostraciones asistidas por computador en PDE (particularmente en el ámbito de la mecánica de fluidos), centrándonos más en las técnicas que en los resultados.

Keywords: computer-assisted proof, partial differential equation, fluid mechanics.

Mathematics Subject Classifications (2020): 35Q35, 35Q68, 35B40, 35B35.

REFERENCES

- [1] Mora Sáenz, G. J. Analysis of nonlinear differential equations arising in models of multilayer channel flows. *Ohio State University, Doctoral dissertation.*, 2025.
- [2] Mora Sáenz, G. J. and Tanveer, S. Spectral stability of travelling waves in a thin-layer two-fluid Couette flow. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2024.
- [3] Papageorgiou, D. T. and Tanveer, S. Analysis and computations of a non-local thin-film model for two-fluid shear driven flows. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2019.
- [4] Gómez-Serrano, Javier. Computer-assisted proofs in PDE: a survey. *SeMA Journal*, 2019.

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA PURA Y APLICADA, UNIVERSIDAD DE COSTA RICA, SAN JOSÉ, COSTA RICA, 11501

Email address: `german.morasaenz@ucr.ac.cr`